GESTÃO ORGANIZACIONAL E DESENVOLVIMENTO: DO GLOBAL AO LOCAL
22 A 24 DE AGOSTO DE 2017
BELÉM - PARÁ
ISSN: 2526-9518

MODELO DE RESPOSTA GRADUAL PARA ESTIMAÇÃO DE HABILIDADES COM ITENS PRÉ-PONDERADOS: uma aplicação comparativa do indicador de competitividade agropecuária de propriedades rurais da região Sul e do Norte

Ailton Corecha De Souza
Universidade da Amazônia
ailton.corecha@gmail.com
Héliton Ribeiro Tavares
Universidade Federal do Pará
heliton@ufpa.br
Sérgio Castro Gomes
Universidade da Amazônia
sergio.gomes@unama.br

RESUMO

O objetivo deste trabalho é propor um Modelo de Resposta ao Item capaz de avaliar o grau de importância dos itens de um teste. Para tanto, considera-se que esses itens recebem uma pré-ponderação segundo algum critério técnico que seja especificado pelo pesquisador da área para estimar as habilidades individuais. A metodologia proposta baseia-se na introdução da variável peso ao Modelo de Resposta Gradual de Samejima em sua função de verossimilhança marginal, condicionado às habilidades e aos parâmetros dos itens e, por conveniência, utilizou-se o processo de estimação por Máxima Verossimilhança Marginal, onde as estimativas pontuais são substituídas pela Esperança a Posteriori. Foi desenvolvido um algoritmo e implementado na linguagem de programação matricial Ox, para a estimação das habilidades. Foram realizadas simulações no sentido de avaliar a qualidade do processo de estimação, além do comportamento do efeito-ponderação do modelo com e sem peso para os itens. Foi realizada uma aplicação para as respostas de 65 propriedades rurais, subdivididas em 36 da região Sul e 29 do Norte para a criação do Índice de Competitividade Agropecuária - ICA, utilizando-se um questionário com 31 itens relativos a 4 fatores, subdivididos em 10 subfatores (itens) de Tecnologia, 10 de Gestão, 4 de Relações de Mercado e 7 de Ambiente Institucional. Para cada conjunto de itens referente a um determinado fator, atribuíram-se pesos diferenciados pelo pesquisador da área segundo critérios específicos. Verificou-se que, a análise dos resultados para a criação deste índice forneceu conclusões bastante coerentes em relação aos desempenhos dessas propriedades rurais.

Palavras chave: TRI, MRG, habilidades, peso, itens.
Eixo Temático: Práticas de Gestão Organizacional na Amazônia: Oportunidades e Desafios.

1. Introdução

De um modo geral, a teoria da Resposta ao Item (TRI) representa um conjunto de modelos estatísticos utilizados por pesquisadores de diversas áreas do conhecimento (psicometria, marketing, avaliação educacional, administração, etc.) para avaliar o comportamento ou perfil dos indivíduos com base nas respostas fornecidas a um conjunto de itens de um teste (prova, questionário, etc.) contendo duas ou mais categorias. Embora os modelos mais conhecidos da TRI tenham sido aplicados e apresentados com mais frequência em trabalhos da área de psicologia, diversas aplicações desses modelos tem fornecido resultados bastante importantes e significativos em outros campos da ciência.

Os modelos logísticos da TRI representam a probabilidade de um certo indivíduo fornecer uma resposta a um item como função dos parâmetros dos itens, fixada a sua habilidade, onde esses itens ou são todos dicotômicos ou são todos poliatômicos, sem considerar algum tratamento diferenciado dos itens que, geralmente, pode ser estabelecido por algum critério técnico estabelecido pelo pesquisador.

No entanto, quando surge a necessidade de se avaliar a habilidade (variável latente) do indivíduo em uma determinada área do conhecimento, onde certo conjunto de j itens é respondido, por exemplo, com peso α e o outro conjunto de k itens tem peso β, sendo que $(j+k)$ é a quantidade total de itens do questionário ou teste, pode-se utilizar um ajuste no Modelo de Resposta Gradual – MRG que considera os j itens tendo grau de importância α com categorias ordenadas do menor para o maior escore e outros k itens tendo grau de importância β atribuído pelo pesquisador também com categorias ordenadas do menor para o maior escore.

Diante disso, o objetivo principal deste trabalho é apresentar a proposta de introdução da variável peso no MRG da TRI, em sua expressão matemática, para determinar as equações de estimação dos parâmetros dos itens e a função de distribuição das habilidades dos respondentes, pelo método de Máxima Verossimilhança Marginal, onde tais pesos diferentes são atribuídos a diferentes conjuntos de itens que compões um questionário ou teste.

Para tanto, considera-se a situação em que não se conhece nem os parâmetros dos itens e nem as habilidades dos indivíduos e, por isso, fixam-se as habilidades a partir de uma distribuição latente da população para construir a distribuição marginal integrando com relação à habilidade.

E desta forma, surge a suposição inicial em relação ao modelo proposto, ou seja, a de que o conjunto de itens com maior grau de importância (maiores pesos) proporcionam impactos mais significativos nas habilidades (variável latente) dos indivíduos.

A importância do trabalho está exatamente na proposta de um modelo que apresente condições de avaliar a habilidade dos indivíduos respondentes de uma prova como um único constructo unidimensional (considera-se que uma única habilidade ou traço latente é responsável pela maior variabilidade do conjunto de respostas fornecidas pelos indivíduos), composta inicialmente por um conjunto de itens considerando um determinado grau de importância ou peso α, além de outro conjunto de itens com peso β. Desta forma, o modelo proposto leva em consideração que os dois conjuntos de itens se diferenciam em grau de importância a partir da atribuição de pesos segundo algum critério técnico previamente estabelecido.

2. Referencial Teórico

2.1 Aspectos Gerais da Teoria da Resposta ao Item - TRI

Uma das etapas mais importantes da TRI é a estimação dos parâmetros dos itens e das habilidades dos respondentes, considerando-se que a probabilidade de uma resposta a um determinado item ou categoria deste item depende somente da habilidade do indivíduo e dos parâmetros que caracterizam o item. Mas em geral ambos são desconhecidos e geralmente, se tem apenas as respostas dos indivíduos aos itens do teste.

Desta forma, nos modelos de resposta ao item, constata-se um problema de estimação que envolve dois tipos de parâmetros, os dos itens e as habilidades dos indivíduos. Por isso, do ponto de vista teórico, depara-se com três situações: primeira, quando os parâmetros dos itens são conhecidos e tem-se que estimar somente as habilidades; segunda, as habilidades já são conhecidas e deseja-se estimar os parâmetros dos itens e; terceira que é a mais comum, a estimação simultânea dos parâmetros dos itens e das habilidades dos respondentes de um teste.

Para as três situações citadas acima a estimação pode ser realizada pelo método da Máxima Verossimilhança Marginal - MVM a partir da aplicação de algum processo iterativo, que no caso deste trabalho, será adotada a abordagem de pontos de quadratura (BAKER, 1992) juntamente com o método de Newton-Raphson (ISSAC e KELLER, 1966). Na situação em que desejamos estimar tanto os parâmetros dos itens, quanto as habilidades, há duas abordagens frequentemente utilizadas: estimação conjunta dos parâmetros dos itens e habilidades, ou em duas etapas, primeiro a estimação dos parâmetros dos itens e, posteriormente, das habilidades.

No caso da estimação conjunta, o número de parâmetros envolvidos no processo de estimação pode ser extremamente grande, o que provoca enorme exigência computacional na inversão de matrizes dessa ordem.

Vários pesquisadores atuantes na área da TRI propuseram diversos processos computacionais e métodos de estimação para solucionar tais problemas citados acima, mas neste trabalho, será dada maior ênfase à terceira situação e estimação pelo método de MVM, que estabelece uma distribuição normal com média μ e variância $\sigma 2$ para os parâmetros populacionais dos grupos de indivíduos alocados em cada um dos padrões de respostas que caracterizam realizações de uma variável aleatória, e desta forma, calcula-se a integral em relação à habilidade. Esta última situação, citada anteriormente, será a base deste trabalho para avaliar o comportamento do modelo logístico de Resposta Gradual a partir da introdução da variável peso em sua expressão matemática.

2.2 Os Modelos Logísticos da TRI

A TRI é um conjunto de modelos matemáticos que procuram representar a probabilidade de um indivíduo dar uma certa resposta a um item como função dos parâmetros do item e da habilidade (constructo latente) do respondente. Essa relação é sempre expressa de tal forma que quanto maior a habilidade, maior a probabilidade de acerto do item. Os vários modelos propostos na literatura dependem fundamentalmente de três fatores:

1. da natureza do item - dicotômicos ou não dicotômicos;
2. do número de populações envolvidas - apenas uma ou mais de uma;
3. e da quantidade de traços latentes que está sendo medida - apenas um ou mais de um.

Aqui estaremos somente considerando modelos que avaliam apenas um traço latente ou habilidade, os chamados modelos unidimensionais. Modelos que consideram que mais de uma habilidade está sendo medida, os chamados modelos multidimensionais não serão contemplados neste trabalho.

Mais adiante mostraremos os modelos unidimensionais mais utilizados para um único grupo. Os modelos para dois ou mais grupos serão abordados mais a frente.

2.3 Modelos Envolvendo um Único Grupo

Em Andrade et al (2000) é possível ver a definição dos conceitos de grupo e população que serão amplamente utilizados neste trabalho, da seguinte forma: quando o termo grupo for usado então estará se referindo a uma amostra de indivíduos de uma população. O conceito de grupo está diretamente ligado ao processo de amostragem — e estaremos sempre considerando o processo de amostragem aleatória simples. Portanto, quando falarmos em um único grupo de respondentes, nos referimos a uma amostra de indivíduos retirada de uma

mesma população. Consequentemente, dois grupos – ou mais – de respondentes são dois conjuntos distintos de indivíduos, que foram amostrados de duas – ou mais – populações.
A seguir, serão mostrados os modelos mais utilizados quando um teste é aplicado a um único grupo de respondentes.

2.4 Modelos para Itens Dicotômicos ou Dicotomizados
Atualmente para analisar testes de múltipla escolha, dicotomizados, (corrigidos como certo ou errado) os modelos logísticos para itens dicotômicos são os modelos de resposta ao item mais utilizados, sendo que há basicamente três tipos, que se diferenciam pelo número de parâmetros que utilizam para descrever o item. Eles são conhecidos como os modelos logísticos de 1, 2 e 3 parâmetros, que consideram, respectivamente, somente a dificuldade do item, a dificuldade e a discriminação, a dificuldade, a discriminação e a probabilidade de resposta correta dada por indivíduos de baixa habilidade. Porém, os primeiros modelos desenvolvidos foram na forma de uma função distribuição da normal.
Será apresentado o modelo ogiva normal e o logístico de 3 parâmetros, com maior ênfase a este último.

2.5 O modelo de ogiva normal
Uma vez que a distribuição normal representa a base da teoria estatística, não é surpresa que a mesma tenha sido utilizada como um modelo para representar a curva característica do item. Em geral, as proporções observadas das respostas corretas, ao longo da escala da habilidade, podem ser modeladas por uma ogiva normal. Além do mais, em conjuntos característicos de dados de resposta ao item, a ogiva normal tem-se demonstrado como um modelo viável, de forma que, a proporção de respostas corretas no item i para um determinado nível na escala da habilidade θ pode ser representada por

$$P_i(\theta) \equiv P(\mu_i, \sigma_i, \theta) = \Phi(Z_i) \int_{-Z_{i=-(\theta-\mu_i)/\sigma_i}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{Z^2}{2}} dz$$

onde μ_i é a média, σ_i é o desvio-padrão, θ é a habilidade e Z_i é o desvio normal.

Agora, considerando β_i o parâmetro de locação, medido na mesma escala de θ que indica o ponto na escala da habilidade onde a probabilidade de resposta correta é 0.50, ou seja, quando $\beta_i = \mu_i$ com $-\infty \leq \beta_i \leq \infty$. Além disso, α_i o parâmetro de escala que indica o poder de discriminação de um item, e a seguinte relação inversa $\alpha_i = {}^{1}\!/_{\sigma_i}$ é constatada com $-\infty \leq \alpha_i \leq \infty$. Portanto, a curva característica do item modelada por uma ogiva normal pode ser definida pela função $P_i(\theta) = P(\beta_i, \alpha_i, \theta)$, fornecendo

$$P(\beta_i, \alpha_i, \theta) = \int_{-Z_i=-\alpha_i(\theta-\beta_i)}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{[-\alpha_i(\theta-\beta_i)]^2}{2}} dz$$

2.6 O Modelo Logístico de 3 Parâmetros (ML3)
Dos modelos propostos pela TRI, o modelo logístico unidimensional de 3 parâmetros (ML3) é atualmente o mais utilizado e matematicamente representado por:

$$P\big(U_{ij} = 1|\theta_j\big) = c_i + (1 - c_i) \frac{1}{1+e^{-Da_i(\theta_j - b_i)}},$$

com $i = 1, 2, \ldots, I$ e $j = 1, 2, \ldots, n$, onde:

U_{ij} é uma variável dicotômica que assume os valores 1, quando o indivíduo j responde corretamente o item i, ou 0 quando o indivíduo j não responde corretamente ao item i.

θ_j representa a habilidade (traço latente) do j-ésimo indivíduo.

$P(U_{ij} = 1|\theta j)$ é a probabilidade de um indivíduo j com proficiência θ_j responder corretamente o item i e é chamada de *Função de Resposta do Item – FRI*.

b_i é o parâmetro de dificuldade (ou de posição) do item i, medido na mesma escala da habilidade.

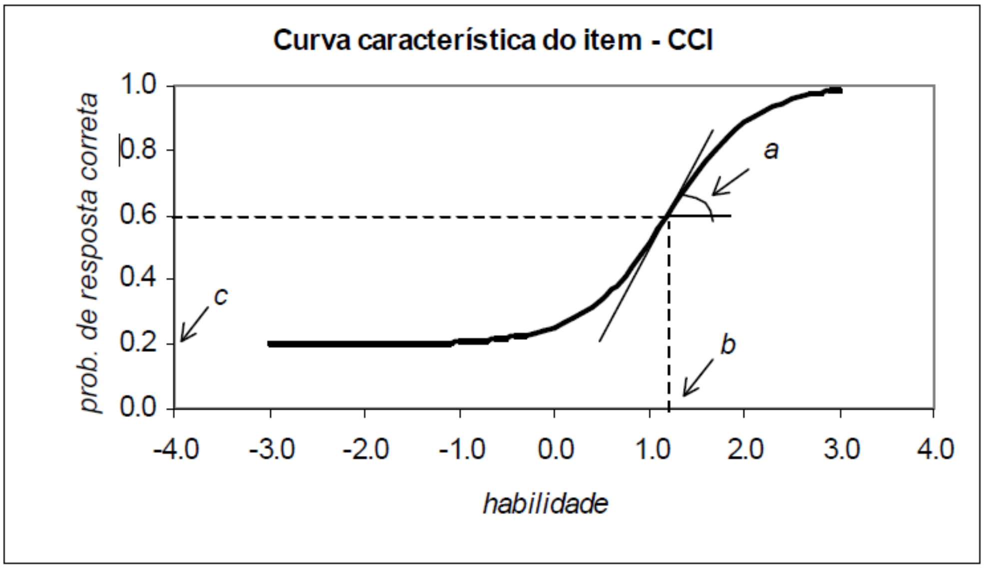
a_i é o parâmetro de discriminação (ou de inclinação) do item i, com valor proporcional à inclinação da *Curva Característica do Item — CCI* no ponto b_i.

c_i é o parâmetro do item que representa a probabilidade de indivíduos com baixa habilidade (proficiência na área educacional) responderem corretamente o item i (muitas vezes referido como a probabilidade de acerto casual).

D é um fator de escala, constante e igual a 1. Utiliza-se o valor 1,7 quando deseja-se que a função logística forneça resultados semelhantes ao da função ogiva normal.

A seguir é mostrada a interpretação e representação gráfica onde $P(U_{ij} = 1|\theta j)$ pode ser vista como a proporção de respostas corretas ao item i dentre todos os indivíduos da população com habilidade θ_j. A relação existente entre $P(U_{ij} = 1|\theta j)$ e os parâmetros do modelo é mostrada na Figura 1, que é chamada de *Curva Característica do Item – CCI*.

FIGURA 1 - REPRESENTAÇÃO E INTERPRETAÇÃO GRÁFICA DA CURVA CARACTERÍSTICA DO ITEM – CCI



Fonte: Adaptado de Andrade, Tavares e Valle (2000, p.11).

A representação gráfica do ML3 indica que c é o valor onde a calda inferior da função logística intercepta o eixo das probabilidades revelando que indivíduos com baixa habilidade tem probabilidade muito pequena de responder corretamente o item de um teste, onde uma boa estimativa de c é o inverso do número de alternativas ou categorias de respostas.
O parâmetro a é proporcional à inclinação da curva no ponto de inflexão e, portanto, o ML3 pressupõe a não existência de valores negativos do parâmetro de discriminação, pois contraditoriamente indicaria que indivíduos com baixa habilidade teriam a maximização de suas probabilidades de acerto ao item e vice-versa.
Já o parâmetro de dificuldade b, também conhecido como parâmetro de posição, é um valor tal qual a habilidade, medida no eixo das abscissas, que quanto mais posicionado à direita maior é a dificuldade do item, portanto, mais propício para avaliar e discriminar indivíduos com alto nível de habilidade.

2.7 Modelos envolvendo dois ou mais grupos de respondentes.
Alguns modelos já foram desenvolvidos para serem aplicados quando um teste envolve mais de uma população, sendo basicamente, extensões dos modelos até aqui discutidos. No entanto, um dos poucos modelos que já se encontram implementados computacionalmente e que, portanto, já estão sendo utilizados na prática, quando um teste é aplicado a dois ou mais grupos de respondentes, é uma generalização dos modelos logísticos unidimensionais de 1, 2 e 3 parâmetros, que foi recentemente proposta por (BOCK e ZIMOWSKI, 1997). O modelo é dado por:

$$P\left(U_{ijk} = 1|\theta_{jk}\right) = c_i + (1 - c_i)\frac{1}{1 + e^{-Da_i(\theta_{jk} - b_i)}}$$

Com $i = 1, 2, \dots, I,\ j = 1, 2, \dots, n_k,\ e\ k = 1, 2, \dots, K,$ onde
U_{ijk} é uma variável dicotômica que assume os valores 1, quando o indivíduo j da população k responde corretamente ao item i, ou 0 quando o indivíduo não responde corretamente ao item.

θ_{jk} representa a habilidade do j-ésimo indivíduo da população k.

$P(U_{ijk} = 1|\theta_{jk})$ é a probabilidade de um indivíduo j da população k, com habilidade θ_{jk} responder corretamente ao item i.

Os demais parâmetros já foram descritos anteriormente. E para que seja possível a comparação entre grupos de respondentes, é sugerido que haja pelo menos vinte por cento de itens comuns entre os grupos. Assim, I representa o número total de itens distintos apresentados.

2.8. O Modelo de Resposta Gradual
Na maioria das aplicações dos testes ou questionários, os itens são escorados dicotomicamente, ou seja, se os mesmos foram respondidos de maneira correta ou incorreta designados por duas categorias (certo ou errado), entretanto, outro procedimento de escore do item, tal como o caso de resposta gradual, pode ser empregado. Sob o procedimento de escore gradual, a escala da variável item pode ser dividida dentro de categorias ordenadas do menor para o maior grau de importância ou escore.
Quando uma resposta livre de um indivíduo para um item é escorado em uma base gradual, assume-se que uma variável item contínua hipotética fundamenta a resposta. Este item

contínuo varia de $-\infty$ $a + \infty$ e subdivide-se em m categorias de resposta para um dado item. Por causa da fundamentação de continuidade, as categorias de respostas resultantes são ordenadas, com k denotando uma categoria arbitrária, $k = 1, 2, \ldots, m_i$, onde m_i é o número de categorias de resposta para o item i. É importante notar que, sem perda de generalidade, m será usado para m_i.
Assim, a probabilidade de uma particular resposta de um indivíduo pertencer à categoria k é denotada pela área das distribuições condicionais que localizam-se entre os limites γ_{k-1} e γ_k e é denotada por $P_{ik}(\theta)$. É importante observar que, em cada nível de habilidade,

$$\sum_{k=1}^{m} P_{ik} = 1$$

A probabilidade de uma resposta ser designada para uma determinada categoria é dada pela diferença entre dois quaisquer limites adjacentes. Se $P_{ik}^*(\theta)$ denota um limite e $P_{ik}(\theta)$ a probabilidade de uma categoria, então

$$\begin{aligned} P_{i4}^*(\theta) &= 0 \\ P_{i3}^*(\theta) &= P_{i4}(\theta) \\ P_{i2}^*(\theta) &= P_{i3}(\theta) + P_{i4}(\theta) \\ P_{i1}^*(\theta) &= P_{i2}(\theta) + P_{i3}(\theta) + P_{i4}(\theta) \\ P_{i0}^*(\theta) &= P_{i1}(\theta) + P_{i2}(\theta) + P_{i3}(\theta) + P_{i4}(\theta) = 1, \end{aligned}$$

e $P_{ik}^*(\theta) = \sum_{k'=k+1}^{m} P_{ik'}(\theta)$.
E em geral, $P_{ik}(\theta) = P_{i,k-1}^*(\theta) - P_{i,k}^*(\theta)$, que fornece

$$P_{ik}(\theta) = \frac{1}{1 + e^{-Da_i(\theta_j - b_{i,k})}} - \frac{1}{1 + e^{-Da_i(\theta_j - b_{i,k+1})}},$$

onde as funções $P_{ik}^*(\theta)$ representam os limites das probabilidades acumuladas que caracterizam os parâmetros α_i e $\beta_{i,k}$.

2.9 Estimação dos parâmetros por Máxima Verossimilhança Marginal - MVM
Assumindo a independência condicional das respostas dado θ, então a probabilidade da sequência de respostas $U_{j.}$ é um produto das respectivas funções de respostas do item, de modo que

$$P(U_{j.}|\theta, \zeta) = \prod_{i=1}^{I} P(u_{ji}|\theta, \zeta i),$$

onde ζ_i é o conjunto de parâmetros do item.

A probabilidade marginal da sequência de respostas do vetor $U_{j.}$ pode ser expressa como:

$$P(U_{j.}|\zeta, \eta) = \int_{\theta} P(U_{j.}|\theta, \zeta) g(\theta|\eta) d\theta,$$

onde $\eta = (\mu, \sigma^2)$ representa o vetor de parâmetros populacionais da distribuição da habilidade. E, portanto, a função de Máxima Verossimilhança Marginal é dada por:

$$L(\zeta, \eta) = \prod_{j=1}^{n} P\ (U_{j.}|\zeta, \eta).$$

E aplicando o logaritmo tem-se as equações de estimação por MVM dos parâmetros dos itens:

$$\frac{logL(\zeta,\eta)}{\partial\zeta_i} = \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{P(U_{j.}|\zeta,\eta)} \int_\theta \frac{\partial P(U_{j.}|\theta,\zeta)}{\partial\zeta_i} g(\theta|\eta)d\theta,$$

e portanto, a equação de verossimilhança marginal para os dois conjuntos de itens é dada por

$$\frac{\partial logL}{\partial\zeta_i} = \Sigma_{j=1}^{s} \frac{r_j}{P(U_j)} \int (\Sigma_{k=1}^{K_i} \frac{u_{jik}}{P(\theta)} \frac{\partial P(\theta)}{\zeta_i}) L(\theta) g(\theta|\eta)d\theta$$

Como $\zeta_i = (a_i, b_i)$, então as equações de verossimilhança podem ser escritas como

$$\frac{\partial logL}{\partial a_i} = \sum_{j=1}^{s} \frac{r_j}{P_j} \int \left(\sum_{j=1}^{s} \frac{u_{jik}}{P(\theta)} \left[W_{i,k-1}^{*}(\theta) - W_{i,k}^{*}\right]\theta \right) L(\theta) g(\theta|\eta)d\theta \ = \ 0,$$

e

$$\frac{\partial logL}{\partial b_i} = \sum_{j=1}^{s} \frac{r_j}{P_j} \int \left(-\frac{u_{jik}}{P(\theta)} + \frac{u_{ji,k+1}}{P_{i,k+1}(\theta)} \right) W_{ik}^{*} L(\theta) g(\theta|\eta)d\theta \ = \ 0,$$

Onde

$$W_{ik}^{*} = P_{ik}^{*}(\theta)[1 - P_{ik}^{*}(\theta)]$$

2.10 Estimação das habilidades considerando pesos γ_i para os itens

O procedimento de estimação por MVM fornece apenas as estimativas dos parâmetros dos itens e, portanto, a estimação das habilidades considerando pesos γ_i para os itens assume que os parâmetros dos itens são os valores verdadeiros. E para isso, deve-se considerar que a equação

$L(\zeta,\eta) = \prod_{j=1}^{n} P\,(U_{j.}|\zeta,\eta)$ absorve os pesos γ_i em cada uma das categorias de respostas na função de verossimilhança do MRG, o que fornece:

$$L(\theta) = P(U_{jk.}|\theta,\zeta_i) = \prod_{i=1}^{I} P(u_{ji} = k|\theta,\zeta_i)^{\gamma_i},$$

Fazendo a dicotomização das categorias, tem-se

$$L(\theta) = P(U_{jk.}|\theta,\zeta_i) = \prod_{i=1}^{k_i} P(u_{jki} = 1|\theta,\zeta_i)^{u_{jki}\gamma_i}$$

Portanto, pode-se chegar à fórmula da probabilidade marginal

$$P(U_j) = \int \prod_{i=1}^{k_i} P\left(U_{jki} = 1|\theta,\zeta_i\right)^{u_{jki}\gamma_i} g(\theta_j|\eta)d\theta$$

Desta forma, as habilidades podem ser estimadas por esperança a posteriori (EAP):

$$\bar{\theta}_j = \frac{\int \theta_J L(\theta) g(\theta_J|\eta) d\theta}{\int L(\theta) g(\theta_J|\eta) d\theta}$$

3. Procedimentos metodológicos

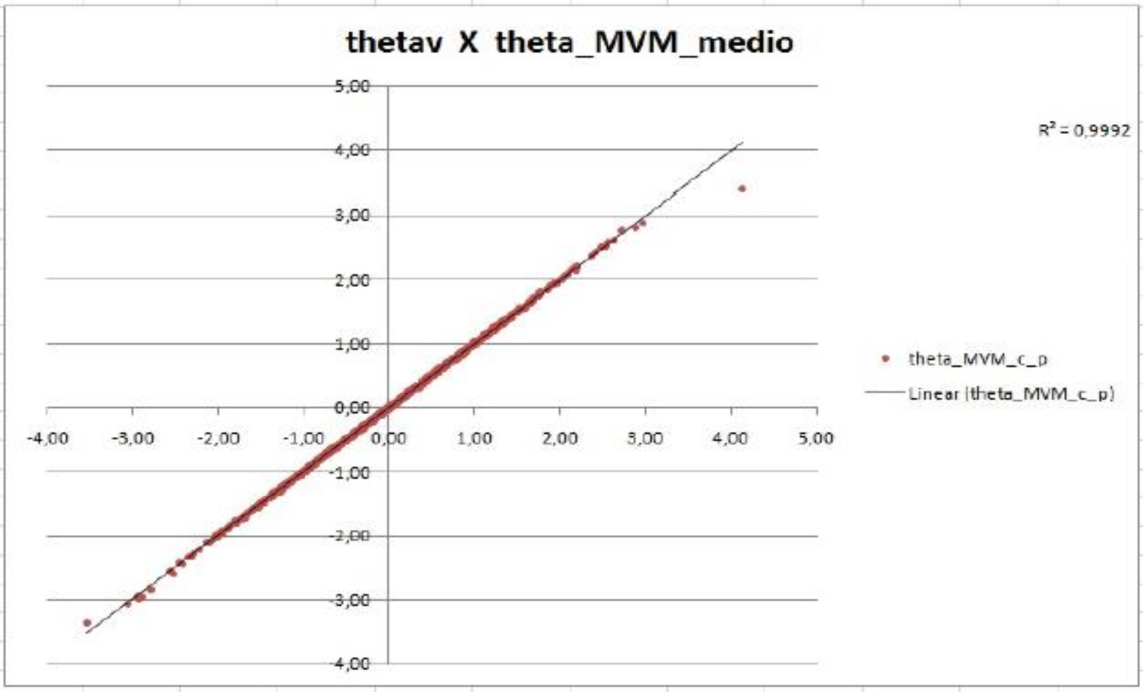
Para certificar-se de que o modelo proposto com pesos γ_i para os itens de um teste geram estimativas confiáveis, executou-se a simulação do processo de estimação das habilidades com itens pré-ponderados na linguagem de programação matricial OX, e para maiores detalhes, consultar Doornik, 1994.

A ideia principal do algoritmo foi a geração de uma amostra aleatória das habilidades de 1.000 (mil) indivíduos supondo-se uma distribuição densidade de probabilidade normal com média 0 (zero) e desvio-padrão 1 (um). De posse dessa amostra, juntamente com os valores verdadeiros (pré-fixados) dos parâmetros dos itens foram construídas 100 (cem) réplicas da matriz com os dados de respostas aos itens, para estimar as habilidades dos indivíduos pelo modelo proposto com itens pré-ponderados. Em seguida, obtiveram-se as estimativas médias de habilidades dos 1.000 (mil) indivíduos com base nas 100 (cem) réplicas.

4. Resultados do algoritmo de simulação do processo de estimação das habilidades com itens pré-ponderados

Segue abaixo o comportamento das estimativas médias por Máxima Verossimilhança Marginal com itens pré-ponderados em relação aos verdadeiros valores das habilidades dos indivíduos gerados pela simulação. Isso demonstra que o modelo proposto com pesos retorna estimativas confiáveis para as habilidades individuais, confirmando a eficácia do modelo.

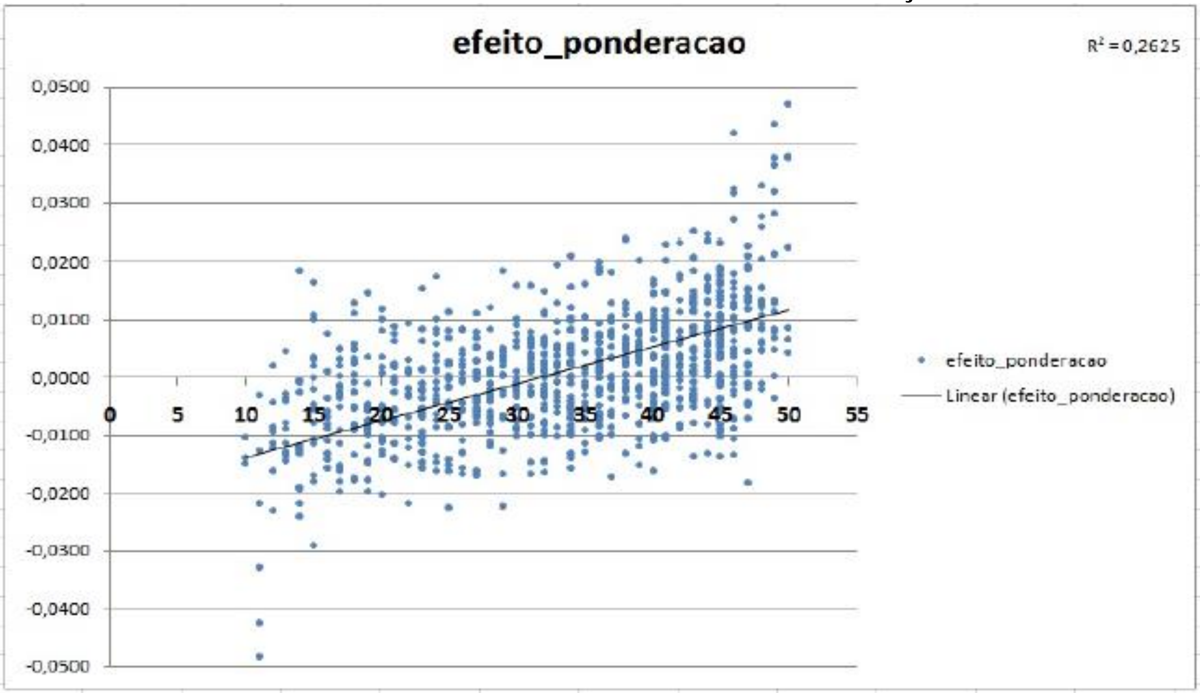
FIGURA 2 - COMPORTAMENTO DAS ESTIMATIVAS VERDADEIRAS EM RELAÇÃO ÀS ESTIMATIVAS MÉDIAS.



Fonte: elaborada pelos autores.

Também foram geradas por simulação, de maneira análoga, as estimativas das proficiências desses 1.000 (mil) indivíduos sem considerar pesos γ_i para os itens para a análise do efeito ponderação. E a partir da diferença entre as estimativas médias dos itens com e sem ponderação, tem-se o seguinte comportamento gráfico:

FIGURA 3 - ESTUDO DO EFEITO PONDERAÇÃO



Fonte: elaborada pelos autores.

A partir da **Figura 2**, constata-se que o modelo proposto utilizando-se o processo de estimação por Máxima Verossimilhança Marginal das habilidades dos indivíduos, com itens pré-ponderados, fornece estimativas médias nas várias etapas da simulação muito próximas das verdadeiras habilidades estabelecidas na fase inicial do algoritmo. Já na **Figura 3**, pode ser observado que há um impacto considerável do efeito ponderação nas estimativas das habilidades condicionadas aos vetores de respostas dos indivíduos e aos verdadeiros valores dos parâmetros dos itens. Esse efeito é ainda mais evidente para as extremidades dos escores dos itens pré-ponderados, ou seja, os escores baixos desses itens estão diretamente relacionados com baixas habilidades e escores altos com altas habilidades.

6. Aplicação do Modelo de Resposta ao Item com pesos diferentes

Nesta seção é apresentada uma aplicação prática da utilização do modelo de resposta gradual com itens pré-ponderados em um questionário com itens (questões) sobre direcionadores e fatores de competitividade agropecuária na porteira (propriedades rurais).

6.1 Índice de Competitividade Agropecuária de propriedades rurais da região Sul e do Norte

A aplicação do Modelo de Resposta ao Item considerando itens pré-ponderados, tem como objetivo principal, a mensuração do estágio atual dos direcionadores e fatores de competitividade da atividade em cada uma das regiões analisadas (Sul e Norte), com ênfase na Tecnologia, Gestão, Relações de Mercado e Ambiente Institucional e, desta forma, criando-se posteriormente um Índice de Competitividade Agropecuária, que na TRI, é considerado como habilidades. Os dados foram cedidos pelo Prof. Msc. Ricardo Pedroso Oiagen (UFPA/Campus de Castanhal/Faculdade de Medicina veterinária) da sua tese de doutorado intitulada "Competitividade de Sistemas de Produção de Bovinocultura de Corte nas Regiões Sul e Norte do Brasil" pelo Departamento de Zootecnia da Faculdade de Agronomia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) sob a orientação do Prof. Dr. Júlio Otávio Jardim Barcellos (UFRGS/Faculdade de Agronomia/Departamento de Zootecnia).

6.2 Cálculo do Índice de Competitividade Agropecuária

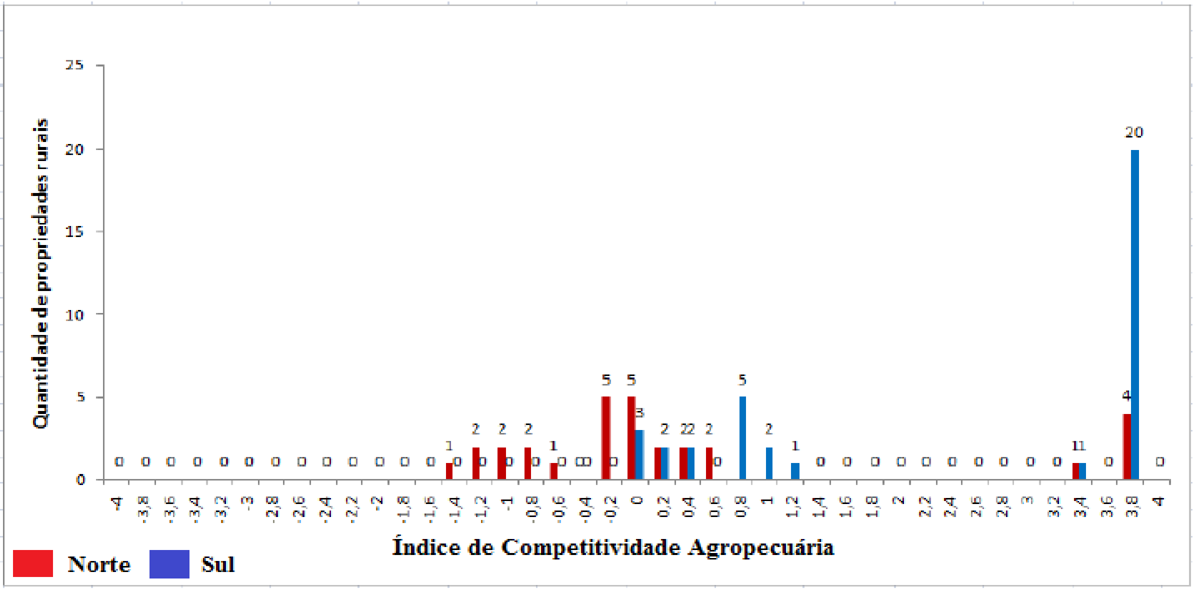
O procedimento de cálculo do Índice de Competitividade Agropecuária atende com segurança ao propósito do modelo enfatizado neste trabalho, uma vez que foram aplicados questionários com 31 itens; subdivididos em 10 itens de Tecnologia, 10 itens de Gestão, 4 itens de Relações de Mercado e 7 itens de Ambiente Institucional. O direcionador de Tecnologia recebe uma pré-ponderação de 3,5; o de Gestão recebe 3,5; o de Relações de Mercado recebe 2,0 e; por fim, o de Ambiente Institucional recebe 1,0. Desta forma, pode-se criar o Índice de Competitividade levando em consideração os graus de importância de cada direcionador conforme critérios específicos estabelecidos pelo pesquisador.

Inicialmente, procedeu-se à estimação dos parâmetros dos 31 itens utilizados no procedimento de estimação através do software "Multilog" e, posteriormente, tais parâmetros são tomados fixos para a estimação das habilidades (Índice de Competitividade) no software de linguagem de programação matricial "OX".

6.3 Desempenho das propriedades rurais do Sul e do Norte

Foram gerados os resultados do Índice de Competitividade Agropecuária das 65 propriedades rurais das quais 36 são de procedência do Sul e 29 do Norte. Os desempenhos de todas as propriedades rurais são alocados na escala do Índice de Competitividade com média zero e desvio-padrão unitário e, portanto, os resultados individuais e por região podem ser analisados a partir da **Figura 4**.

FIGURA 4 - COMPARAÇÃO ENTRE OS DESEMPENHOS DAS PROPRIEDADES DO SUL E DO NORTE.



Fonte: Elaborado pelos autores.

Pelo que pode ser analisado, na Figura 9.1, o Modelo de Resposta ao Item, que considera uma pré-ponderação dos itens, consegue capitar de forma bastante coerente as disparidades de desempenho entre as propriedades rurais do Sul e do Norte em termos do Índice de Competitividade Agropecuária. O desempenho médio das propriedades rurais da região Sul é ligeiramente superior ao das propriedades rurais do Norte. Além disso, embora algumas propriedades rurais do Norte obtenham desempenho médio próximo do nível de 3,8 na escala (0,1), o número de propriedades rurais do Sul é muito maior, 4 do Norte contra 20 do Sul, caracterizando uma diferença muito grande.

6. Considerações Finais

Foi possível constatar que o estimador de Máxima Verossimilhança Marginal das habilidades com itens pré-ponderados pelo método da Esperança a Posteriori (EAP) retorna estimativas médias, das várias etapas do processo de estimação, bem aproximadas das verdadeiras habilidades estabelecidas no início do processo de estimação.

Ao considerar a pré-ponderação dos itens de um teste, constata-se que o efeito ponderação é mais evidente quando os escores baixos dos itens estão diretamente relacionados com baixas habilidades e, da mesma forma, escores altos relacionados com altas habilidades.

Vários pesquisadores tem a necessidade específica de criação de indicadores para a avaliação de desempenho que caracterizam construtos latentes onde há conjuntos de itens de um teste com grau de importância diferenciado e, neste sentido, o Modelo de Resposta Gradual com itens pré-ponderados comporta-se como um procedimento adequado para atender este propósito.

Referências Bibliográficas

ANDRADE, D.F.; TAVARES, H.R.; VALLE, R.C. **Teoria da Resposta ao Item: Conceitos e Aplicações**. Associação Brasileira de Estatística: São Paulo, 2000.

BAKER, F. B. **Item Response Theory - Parameter Estimation Technique**s. New York: Marcel Dekker, Inc, 1992.

BOCK, R. D.; ZIMOWSKI, M. F. **Multiple Group IRT. In Handbook of Modern Item Response Theory**. W.J. van der Linder e R.K. Hambleton Eds. New York: Spring-Verlag, 1997.

DOORNIK, J. A. Object-oriented matrix programming using ox, 3 ed. URL: Kent: Timberlake Consultants e Oxford: Disponível em http: //www.doornik.com, 1999.

ISSAC, E.; KELLER, H. B. **Analysis of Numerical Methods**. New York: Wiley & Sons, 1966.